

КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ

Задача 1. Имеется пять одинаковых стульев и обивочная ткань трех разных цветов. Сколько существует вариантов обивки, если каждый стул можно обить тканью любого цвета?

Решение. Стулья одинаковы, поэтому два варианта обивки будут различаться только в том случае, если тканью хотя бы одного цвета обито разное количество стульев.

Закодируем обивочные ткани номерами 1, 2 и 3. Тогда все варианты обивки будут наборами из пяти цифр, отличающимися друг от друга количеством единиц, двоек или троек. Выпишем в первой строке набор из пяти единиц, во второй строке — все наборы с 4 единицами, в третьей — с тремя единицами и т. д. и, наконец, в последней, шестой строке — все наборы без единиц:

11111,
11112, 11113,
11122, 11123, 11133,
11222, 11223, 11233, 11333,
12222, 12223, 12233, 12333, 13333,
22222, 22223, 22233, 22333, 23333, 33333.

Таким образом, всего существует $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ вариант обивки.

Задача 2. Сколькими способами можно расположить на шахматной доске 2 ладьи так, чтобы они не били друг друга?

Решение. Ладья бьет любое поле на той горизонтали и на той вертикали, где она стоит. Первую ладью мы можем поставить на любую из 64 клеток шахматной доски. Допустим, первая ладья заняла какую-то клетку (рис. 32). Тогда для второй ладьи годятся все клетки, кроме зачеркнутых. Следовательно, для второй ладьи остается $64 - (1 + 7 + 7) = 49$ клеток.

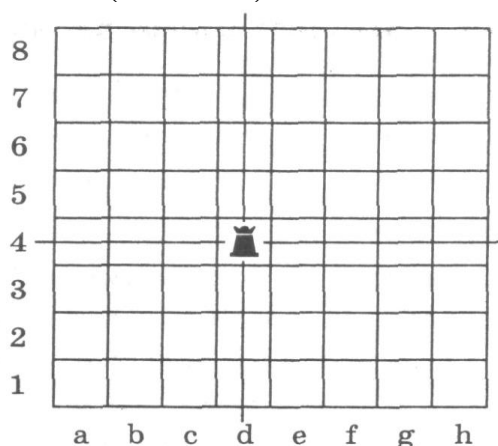


Рис. 32

Умножим 64 на 49: $64 \times 49 = 3136$. Однако каждую расстановку на доске двух ладей мы посчитали дважды. Если, например, первая ладья стоит на d5, а

вторая на Б4 или если первая стоит на Б4, а вторая на d5, то это один и тот же вариант.

Следовательно, всего существует $3136 : 2 = 1568$ вариантов расстановки.

Задача 3. Шестеро ребят решили покататься на трех одинаковых двухместных лодках. Сколькими способами они могут распределиться по этим лодкам?

Решение. Присвоим каждому из ребят номер от 1 до 6 и рассмотрим, как можно разбить 6 человек на три пары (рис. 33).

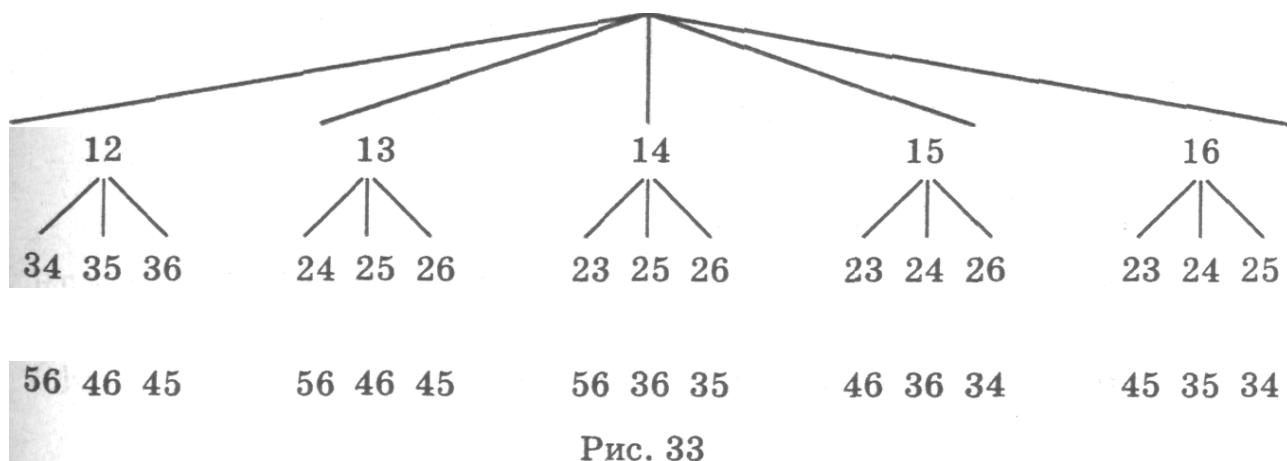


Рис. 33

Для первого существует 5 пар: 12, 13, 14, 15 и 16. Если одну лодку заняла пара 12, для остальных лодок возможны следующие пары: 34 и 56, 35 и 46, 36 и 45. Этим разбиениям соответствуют первые три ветви дерева возможных вариантов, изображенных на рисунке 33. Таким образом, всего существует 15 вариантов.

➤ **Решите задачи:**

1. Человек забыл код, открывающий замок на его чемодане, но вспомнил, что код состоит из трех цифр, каждая из которых не больше 3. Кроме того, в код точно не входит сочетание 13. Сколько вариантов кода в худшем случае ему придется перебрать, чтобы открыть свой чемодан?

2. Укротитель должен вывести на арену четырех львов и двух пантер так, чтобы две пантеры не шли одна за другой. Сколькими способами он может составить цепочку зверей?

3. Сколькими способами можно разменять 10 рублей монетами по 1, 2 и 5 рублей?

4. Сколькими способами можно выбрать на шахматной доске белый и черный квадраты, не лежащие на одной горизонтали и на одной вертикали?

5. У двух приятелей три апельсина, три банана и два яблока.

а) Сколькими способами они могут разделить эти фрукты, если каждый должен получить не менее одного фрукта каждого вида?

б) Сколько всего существует способов у двух приятелей разделить эти фрукты?

6. Сколькими способами можно расставить 8 ладей на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?