

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ (МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ, ВЫИГРЫШНЫЕ СИТУАЦИИ)

Работа по теме занятия

1. Бился Иван-царевич со Змеем Горынычем, трехглавым и треххвостым. Одним ударом он мог срубить либо одну голову, либо один хвост, либо две головы, либо два хвоста. Но если срубить один хвост, то вырастут два; если срубить два хвоста — вырастет голова; если срубить голову,» то вырастет новая голова; а если срубить две головы, то не вырастет ничего. Объясните, как должен действовать Иван-царевич, чтобы срубить Змею все головы и все хвосты как можно быстрее.

Решение. Так как рубить головы по одной не имеет смысла, а при рубке хвостов рано или поздно появляются новые головы, то Иван-царевич должен действовать так, чтобы у Змея не осталось хвостов, а количество голов стало четным. Для этого надо сначала три раза срубить по одному хвосту, и их будет шесть. Затем три раза срубить по два хвоста, и у Змея станет шесть голов, а потом три раза срубить по две головы, и тогда у Змея не останется ни хвостов, ни голов.

Возможен также вариант, когда Иван-царевич сначала срубает две головы, а потом действует так же, как в предыдущем случае, тогда на последнем этапе у змея будет не шесть, а четыре. Общее число ударов, которое должен сделать Иван-Царевич (девять), при этом не изменяется.

Ответ: три раза срубить по одному хвосту, три раза срубить по два хвоста, три раза срубить по две головы.

2. Перед Бабой Ягой и Кощеем Бессмертным лежат две кучи Мухоморов, в одной 100 штук, а в другой 150 штук. Эти персонажи по очереди берут грибы из куч, за один раз можно взять Любое ненулевое число грибов из одной из куч. Пропускать Ход нельзя, выигрывает тот, после хода которого грибов не останется. Первой ходит Баба Яга. Кто из игроков выиграет при правильной игре?

Решение. Победит Баба Яга с помощью следующей стратегии. Каждым своим ходом она уравнивает число грибов в кучках, имеющиеся к ее ходу.

3. Двое по очереди кладут пятирублевые монеты на круглый стол. Проигрывает тот, кто не сможет положить очередную монету (монеты не должны накладываться друг на друга). Кто выиграет при правильной стратегии?

Решение. Выиграет первый. Для этого он первым ходом должен положить свою монету в центр симметрии стола. После чего на ход второго у него всегда будет симметричный ход.

4. Ладья стоит на поле $a1$. За один ход разрешается сдвинуть ее на любое число клеток вправо или на любое число клеток вверх. Выиграет тот, кто поставит ладью на поле $h8$. Кто из игроков обладает выигрышной стратегией?

Решение. Выигрышной стратегией обладает второй игрок: после хода первого игрока он возвращает своим ходом ладью на диагональ a1 — h8. Первый игрок вынужден будет каждый раз уводить ладью с этой диагонали. Так как поле h8 принадлежит диагонали a1 — h8, на него сумеет поставить ладью именно второй игрок.

Методический комментарий. Разбирая на занятии данные задачи учителю желательно сформулировать выводы:

1. Есть проигрышные и выигрышные ситуации. В задаче № 4, изменив начало задачи «a1» на «a2», мы получим выигрышную ситуацию для первого игрока.

2. Наиболее часто при решении подобного рода задач применяются следующие основные идеи:

а) соответствие (наличие удачного ответного хода, который обеспечивается или симметрией (задача № 3) или разбиением на пары или дополнением до определенного числа (задача № 2);

б) решение с конца (задача № 1).

Самостоятельная работа

5. Алеша Попович и Добрыня Никитич по очереди воюют с девятиглавым змеем. Они по очереди ходят к его пещере и отрубают 1, 2 или 3 головы. Как начинающему бой Алеше обрести славу победителя змея (т. е. отрубить последнюю голову)?

6. В куче лежат 50 камней. Двое по очереди добавляют в нее, любое число камней от 1 до 10 выиграет тот, кто первым сумеет довести количество камней до 100. Кто это будет — первый или второй? Сколько ходов потребуется победителю?

7. Брат и сестра по очереди пишут цифры со старшего разряда по порядку вплоть до младшего. Начинать с нуля нельзя, а остальные цифры — совершенно произвольные. Если записанное число разделится нацело на 11, то победителем объявляется написавший последнюю цифру, а если не разделится, то победителем будет написавший предпоследнюю цифру. Кто выиграет при правильной игре, если всего должно быть записано 6 цифр?

8. *Задание на смекалку.* Слова в фразе стоят на своих местах, но буквы внутри каждого слова переставлены местами. Например: «ПШЬОПЕШИС — ЙЮДЛЕ ШЕСАМЬШИН» — «ПОСПЕШИШЬ — ЛЮДЕЙ НАСМЕШИШЬ». Поставьте буквы на свои места, прочтите и запишите получившуюся фразу: «КОМСАВ ЕН СУЗАР ЛИСТАСОРЬ».

Домашнее задание

9. Расшифруйте ребус, если одинаковые цифры обозначены одинаковыми буквами, а разные цифры — разными буквами:

ВАГОН + ВАГОН = СОСТАВ

10. В подвале замка Баскервиль-Холл лежат две кучи камней, по 100 штук в каждой. Шерлок Холмс и доктор Ватсон по очереди берут из них камни, за один раз можно взять любое ненулевое число камней из одной из куч. Пропускать ход нельзя, проигрывает тот, после хода которого камней не

останется. Первым ходит Холмс. Кто из игроков выиграет при правильной игре?

11. Вася и Петя играют в следующую игру. Сначала имеется число 1. Первым ходом его можно умножить на любое число от 2 до 9 включительно. Следующим ходом получившееся число умножается на любое число от 2 до 9 и т. д. Ходы делаются по очереди. Выигрывает тот, кто первым получит число, большее 1000. Начинает Вася. Кто выиграет при правильной игре?

Решения и ответы

5. Рассуждаем с конца. Чтобы победить Алеше, перед последним ударом Алеши у змея должно остаться не более 3 голов. Значит, при последнем ударе Добрыни у змея должно быть 4 головы. Тогда срубив любое число голов, Добрыня проигрывает. До этого удара вместе они срубили 5 голов: два раза рубил Алеша и 1 раз — Добрыня. Тогда стратегия Алеши будет такой: первым ударом он срубает 1 голову, а вторым, в зависимости от того, сколько голов срубил Добрыня (Добрыня — 1, Алеша — 3; Добрыня — 2, Алеша — 2; Добрыня — 3, Алеша — 1)

6. Рассуждаем с конца. Чтобы последним ходом игроку получить 100, предыдущим надо получить 89 камней, а до этого 78; 67; 56. Значит, выиграет первый при такой стратегии: сначала он добавляет 6 камней в кучу, камней будет 56. Второй кладет k камней, а первый дополняет это число до 11, то есть кладет $11 - k$ камней. Третьим ходом первый получает 78 камней, четвертым — 89 и пятым — 100.

7. Выиграет тот, кто будет писать вторым. Ему надо копировать цифры первого. Тогда получится число $aavvcc$, которое делится на 11.

8. Москва не сразу строилась.

$$9.85\ 679 + 85\ 679 = 171358.$$

10. Выиграет доктор Ватсон. Он должен руководствоваться следующей стратегией. Если после очередного хода Холмса в каждой кучке осталось не менее чем по 2 камня, то Ватсон уравнивает число камней в кучках. Если после хода Холмса в одной из кучек остался 1 камень, а в другой не менее одного, то Ватсон забирает все камни из второй кучки (где не менее одного камня). Если после хода Холмса в одной из кучек 0 камней, а в другой не менее двух, то Ватсон берет из последней кучки все камни, кроме одного. Наконец, рассмотрим ситуацию, когда после хода Холмса остался 1 камень в одной кучке и 0 — в другой и Ватсон должен вроде как проиграть. Но возможно ли это? При этом перед ходом Холмса в кучках должно быть либо 0 или N камней, либо 1 или N камней. Но по стратегии Ватсона, после его хода может остаться либо N и N , либо 1 и 0 камней, то есть рассмотренные выше ситуации для Холмса просто невозможны.

11. Первым ходом Вася умножает данное число 1 на 4, 5 или 6. После любого ответного хода Пети образуется число в диапазоне от 8 до 54. Умножая это число на соответствующее однозначное, Вася всегда сможет получить число из диапазона от 56 до 111. В этом случае после ответного хода Пети число будет лежать в диапазоне от 112 до 999, и следующим ходом Вася обязательно выиграет.

Ответ: выиграет Вася.